

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №1

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

ЗАДАЧА

Побудувати статистичний розподіл вибірки, записати емпіричну функцію розподілу та обчислити такі числові характеристики: 1) вибіркове середнє, 2) вибірккову дисперсію, 3) підправлену дисперсію, 4) вибірккове середнє квадратичне відхилення, 5) підправлене середнє квадратичне відхилення, 6) розмах вибірки, 7) медіану, 8) моду, 9) кватильне відхилення, 10) коефіцієнт варіації, 11) коефіцієнт асиметрії та 12) ексцес для вибірки:

7; 6; 7; 10; 9; 8; 11; 6; 5; 10; 8; 7; 6; 9; 8; 10; 7; 10; 12; 7.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Запишемо вибірку у вигляді варіаційного ряду (у порядку зростання):

5; 6; 6; 6; 7; 7; 7; 7; 7; 8; 8; 8; 9; 9; 10; 10; 10; 10; 11; 12.

Запишемо статистичний розподіл вибірки у вигляді дискретного статистичного розподілу частот:

x_i	5	6	7	8	9	10	11	12
n_i	1	3	5	3	2	4	1	1

Емпіричну функцію розподілу визначатимемо за формулою $F_n(x) = \frac{n_x}{n}$, де n_x – кількість елементів вибірки, що менші за x . Використовуючи таблицю і враховуючи, що обсяг вибірки $n=20$, запишемо емпіричну функцію розподілу:

$$\begin{aligned} F_n(x) &= 0, & x \leq 5; & & F_n(x) &= \frac{1}{20}, & 5 < x \leq 6; \\ F_n(x) &= \frac{4}{20}, & 6 < x \leq 7; & & F_n(x) &= \frac{9}{20}, & 7 < x \leq 8; \\ F_n(x) &= \frac{12}{20}, & 8 < x \leq 9; & & F_n(x) &= \frac{14}{20}, & 9 < x \leq 10; \\ F_n(x) &= \frac{18}{20}, & 10 < x \leq 11; & & F_n(x) &= \frac{19}{20}, & 11 < x \leq 12; \\ & & & & F_n(x) &= 1, & x > 12. \end{aligned}$$

Далі обчислимо числові характеристики статистичного розподілу вибірки.

1) Вибіркове середнє обчислюємо за формулою

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n} = \\ &= \frac{1}{20} (5 + 6 \times 3 + 7 \times 5 + 8 \times 3 + 9 \times 2 + 10 \times 4 + 11 + 12) = 8,15.\end{aligned}$$

2) Вибіркову дисперсію обчислюємо за формулою

$$D_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - (\bar{x})^2.$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 = \frac{1}{20} (25 + 36 \times 3 + 49 \times 5 + 64 \times 3 + 81 \times 2 + 100 \times 4 + 121 + 144) = 69,85;$$

$$D_B = 69,85 - 8,15^2 = 69,85 - 66,4225 = 3,43.$$

3) Підправлену дисперсію обчислюємо за формулою

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_B = \frac{20}{19} \times 3,43 = 3,61.$$

4) Вибіркове середнє квадратичне відхилення обчислюємо за формулою

$$\sigma_B = \sqrt{D_B} = \sqrt{3,43} = 1,85.$$

5) Підправлене середнє квадратичне відхилення обчислюємо за формулою

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3,61} = 1,9.$$

6) Розмах вибірки обчислюємо як різницю між найбільшим і найменшим значеннями її варіант, тобто:

$$R = x_k - x_1 = 12 - 5 = 7.$$

7) Медіану обчислюють за формулами:

$$\begin{aligned}Me(X) &= \frac{1}{2} \left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right), \text{ якщо число } n - \text{ парне;} \\ Me(X) &= x_{\frac{n+1}{2}}, \text{ якщо число } n - \text{ непарне.}\end{aligned}$$

Тут беремо індекси в x_i згідно з нумерацією варіант у варіаційному ряді.

У нашому випадку $n=20$, тому $Me(X) = \frac{1}{2} (x_{10} + x_{11}) = \frac{1}{2} (8 + 8) = 8.$

8) Мода – це варіанта, яка у варіаційному ряді трапляється найчастіше, тобто

$$Mo(X) = 7.$$

9) Квартильне відхилення обчислюють за формулою

$$Q = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1),$$

де $Q_1 = x_{\frac{n}{4}}$ – перший квантиль, $Q_3 = x_{\frac{3n}{4}}$ – третій квантиль. Квантилі отримуємо, якщо варіаційний ряд розбити на 4 однакові частини. У нашому випадку

$$Q_1 = x_5 = 7, \quad Q_3 = x_{15} = 10, \quad Q = \frac{10 - 7}{2} = 1,5.$$

10) Коефіцієнт варіації обчислюємо за формулою

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,9}{8,15} \cdot 100\% = 23,3\%.$$

11) Коефіцієнт асиметрії обчислюємо за формулою

$$A_B = \frac{m_3}{\sigma_B^3}.$$

Тут m_3 – центральний емпіричний момент 3-го порядку,

$$\begin{aligned} m_3 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^3 n_i = \\ &= \frac{1}{20} \left((5 - 8,15)^3 + 3 \times (6 - 8,15)^3 + 5 \times (7 - 8,15)^3 + 3 \times (8 - 8,15)^3 + 2 \times (9 - 8,15)^3 \right) + \\ &+ \frac{1}{20} \left(4 \times (10 - 8,15)^3 + (11 - 8,15)^3 + (12 - 8,15)^3 \right) = \frac{38,09}{20} = 1,9. \end{aligned}$$

Отже,

$$A_B = \frac{1,9}{1,85^3} = \frac{1,9}{6,33} = 0,3.$$

12) Ексцесом E_B статистичного розподілу вибірки називається число, яке обчислюється за формулою:

$$E_B = \frac{m_4}{\sigma_B^4} - 3.$$

Тут m_4 – центральний емпіричний момент 4-го порядку,

$$\begin{aligned} m_4 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^4 n_i = \\ &= \frac{1}{20} \left((5 - 8,15)^4 + 3 \times (6 - 8,15)^4 + 5 \times (7 - 8,15)^4 + 3 \times (8 - 8,15)^4 + 2 \times (9 - 8,15)^4 \right) + \\ &+ \frac{1}{20} \left(4 \times (10 - 8,15)^4 + (11 - 8,15)^4 + (12 - 8,15)^4 \right) = \frac{504,89}{20} = 25,24. \end{aligned}$$

Отже,

$$E_B = \frac{25,24}{1,85^4} - 3 = 2,15 - 3 = -0,85.$$

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ**ЗАДАЧА**

Побудувати статистичний розподіл вибірки, записати емпіричну функцію розподілу та обчислити такі числові характеристики: 1) вибіркове середнє, 2) вибірккову дисперсію, 3) підправлену дисперсію, 4) вибірккове середнє квадратичне відхилення, 5) підправлене середнє квадратичне відхилення, 6) розмах вибірки, 7) медіану, 8) моду, 9) квартильне відхилення, 10) коефіцієнт варіації, 11) коефіцієнт асиметрії та 12) ексцес для вибірки: (далі – по варіантах, № варіанту = № студента у списку групи)

Варіант-1

3, 2, 3, 6, 5, 4, 7, 2, 1, 6, 4, 3, 2, 5, 4, 6, 3, 6, 8, 3.

Варіант-2

8, 7, 8, 11, 10, 9, 12, 7, 6, 11, 9, 8, 7, 10, 9, 11, 8, 11, 13, 8.

Варіант-3

4, 3, 4, 7, 6, 5, 8, 3, 2, 7, 5, 4, 3, 6, 5, 7, 4, 7, 9, 4.

Варіант-4

6, 5, 6, 9, 8, 7, 10, 5, 4, 9, 7, 6, 5, 8, 7, 9, 6, 9, 11, 6.

Варіант-5

5, 4, 5, 8, 7, 6, 9, 4, 3, 8, 6, 5, 4, 7, 6, 8, 5, 8, 10, 5.

Варіант-6

3, 8, 6, 3, 6, 4, 5, 2, 3, 4, 6, 1, 2, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 3.

Варіант-7

8, 13, 11, 8, 11, 9, 10, 7, 8, 9, 11, 6, 7, 12, 9, 10, 11, 8, 7, 8.

Варіант-8

4, 9, 7, 4, 7, 5, 6, 3, 4, 5, 7, 2, 3, 8, 5, 6, 7, 4, 3, 4.

Варіант-9

6, 11, 9, 6, 9, 7, 8, 5, 6, 7, 9, 4, 5, 10, 7, 8, 9, 6, 5, 6.

Варіант-10

6, 1, 3, 2, 3, 5, 4, 7, 2, 6, 4, 3, 2, 5, 4, 6, 3, 6, 8, 3.

Варіант-11

11, 9, 8, 7, 8, 11, 10, 9, 12, 7, 6, 11, 8, 7, 10, 9, 8, 11, 13, 8.

Варіант-12

7, 4, 7, 4, 3, 4, 7, 6, 5, 8, 3, 2, 7, 5, 4, 3, 6, 5, 9, 4.

Варіант-13

7, 6, 5, 8, 6, 5, 6, 9, 8, 7, 10, 5, 4, 9, 7, 9, 6, 9, 11, 6.

Варіант-14

4, 7, 6, 8, 5, 4, 5, 8, 7, 6, 9, 4, 3, 8, 6, 5, 5, 8, 10, 5.

Варіант-15

2, 3, 4, 6, 3, 8, 6, 3, 6, 4, 5, 1, 2, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 3.

Варіант-16

6, 7, 12, 9, 8, 13, 11, 8, 11, 9, 10, 7, 8, 9, 11, 10, 11, 8, 7, 8.

Варіант-17

2, 3, 8, 5, 6, 4, 9, 7, 4, 7, 5, 6, 3, 4, 5, 7, 7, 4, 3, 4.

Варіант-18

5, 6, 7, 9, 4, 6, 11, 9, 6, 9, 7, 8, 5, 10, 7, 8, 9, 6, 5, 6.

Варіант-19

3, 2, 5, 4, 6, 3, 2, 3, 6, 5, 4, 7, 2, 1, 6, 4, 3, 6, 8, 3.

Варіант-20

11, 9, 8, 7, 10, 8, 7, 8, 11, 10, 9, 12, 7, 6, 9, 11, 8, 11, 13, 8.

Варіант-21

7, 5, 4, 3, 6, 4, 3, 4, 7, 6, 5, 8, 3, 2, 5, 7, 4, 7, 9, 4.

Варіант-22

9, 7, 6, 5, 8, 7, 6, 5, 6, 9, 8, 7, 10, 5, 4, 9, 6, 9, 11, 6.

Варіант-23

8, 6, 5, 4, 7, 6, 5, 4, 5, 8, 7, 6, 9, 4, 3, 8, 5, 8, 10, 5.

Варіант-24

4, 6, 1, 2, 7, 4, 5, 3, 8, 6, 3, 6, 4, 5, 2, 3, 6, 3, 2, 3.

Варіант-25

11, 6, 7, 12, 9, 10, 8, 13, 11, 8, 11, 9, 10, 7, 8, 9, 11, 8, 7, 8.

Варіант-26

5, 7, 2, 3, 8, 5, 4, 9, 7, 4, 7, 5, 6, 3, 4, 6, 7, 4, 3, 4.

Варіант-27

7, 9, 4, 5, 10, 7, 6, 11, 9, 6, 9, 7, 8, 5, 6, 8, 9, 6, 5, 6.

Варіант-28

2, 1, 6, 4, 3, 2, 3, 2, 3, 6, 5, 4, 7, 5, 4, 6, 3, 6, 8, 3.

Варіант-29

9, 8, 7, 10, 9, 8, 7, 8, 11, 10, 9, 12, 7, 6, 11, 11, 8, 11, 13, 8.

Варіант-30

5, 4, 3, 6, 5, 4, 3, 4, 7, 6, 5, 8, 3, 2, 7, 7, 4, 7, 9, 4.

Варіант-31

7, 6, 5, 8, 7, 6, 5, 6, 9, 8, 7, 10, 5, 4, 9, 9, 6, 9, 11, 6.

Варіант-32

6, 5, 4, 7, 5, 4, 5, 8, 7, 6, 9, 4, 3, 8, 6, 8, 5, 8, 10, 5.

Варіант-33

3, 4, 6, 1, 3, 8, 6, 3, 6, 4, 5, 2, 2, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 3.

Варіант-34

9, 11, 6, 7, 8, 13, 11, 8, 11, 9, 10, 7, 8, 12, 9, 10, 11, 8, 7, 8.

Варіант-35

5, 7, 2, 3, 8, 4, 9, 7, 4, 7, 5, 6, 3, 4, 5, 6, 7, 4, 3, 4.

Варіант-36

7, 9, 4, 5, 10, 6, 11, 9, 6, 9, 7, 8, 5, 6, 7, 8, 9, 6, 5, 6.

Варіант-37

4, 3, 2, 5, 3, 2, 3, 6, 5, 4, 7, 2, 1, 6, 4, 6, 3, 6, 8, 3.

Варіант-38

6, 11, 9, 8, 7, 8, 7, 8, 11, 10, 9, 12, 7, 10, 9, 11, 8, 11, 13, 8.

Варіант-39

2, 7, 5, 4, 3, 6, 4, 3, 4, 7, 6, 5, 8, 3, 5, 7, 4, 7, 9, 4.

Варіант-40

4, 9, 7, 6, 5, 8, 6, 5, 6, 9, 8, 7, 10, 5, 7, 9, 6, 9, 11, 6.

Варіант-41

8, 6, 5, 4, 7, 5, 4, 5, 8, 7, 6, 9, 4, 3, 6, 8, 5, 8, 10, 5.
